MNPEF
Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
Centro de Ciências Exatas
Departamento de Física

SBF
SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA

TEXTO DE APOIO AO PROFESSOR

PROBLEMAS DE FERMI NAS AULAS DE FÍSICA: ESTRATÉGIAS PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ESTIMATIVAS

Desenvolvido por: Renato Rodrigues dos Santos
Orientado por: Prof. Dr. Breno Ferraz de Oliveira

MARINGÁ
JANEIRO/2017

APRESENTAÇÃO

Neste material de apoio ao professor descreve-se uma sequência didática de 10 aulas, na qual se propõe trabalhar com alunos do primeiro ano do Ensino Médio problemas de estimativas, também chamados de problemas de Fermi, em homenagem ao físico Italiano Enrico Fermi, que ficou conhecido por levantar e resolver esse tipo de problema.

1. Sequência didática

- Conteúdo: Estimativa.
- 1ª aula (50 min): Nesta aula sugere-se ao professor discorrer brevemente sobre o conteúdo que será trabalhado e à seguir, aplicar o pré-teste (Seção 2) para levantar o conhecimento prévio dos alunos.
- 2ª aula (50 min): Fazer a leitura do texto "Paradoxo de Fermi: Onde está todo mundo?" (Seção 4) e propor as questões acerca do texto, apresentadas no término desta seção.
- 3ª aula (50 min): Justificar a importância de se estudar estimativa com a leitura do texto "Por que fazer estimativas em ciências?" (Seção 5); Antes de iniciar a resolução dos problemas, discutir o texto "Como fazer estimativas em pesquisas?" (Seção 6) e à seguir, resolver as questões do pré-teste (Seção 7).
- 4ª à 9ª aulas (50 min cada): Propor para os alunos a resolução dos problemas da Seção 8.
- 10ª aula (50 min): Sugere-se a aplicação do pós-teste (Seção 9) para a verificação da aprendizagem.

2. Aplicação do Pré-Teste:

Antes de iniciar o minicurso, propõe-se a aplicação de um pré-teste, com o objetivo de avaliar o desenvolvimento dos alunos, composto de cinco questões que são descritas a seguir:

Resolva os problemas abaixo e explique como obteve a resposta em cada caso.

1) Estime a altura do bloco 1 do IFPR Campus Paranavaí.
2) Como você faria para estimar o número de grãos de feijão que existem em 1kg de feijão?

3) Qual a quantidade de comida (em kg) que uma pessoa que viveu 70 anos consumiu em toda a sua vida?
4) Quantos pneus usados (apenas de carros) são descartados por ano em Paranavaí?
5) Em uma epidemia de gripe A, quanto tempo levariam dez profissionais da saúde para vacinar toda a população de Paranavaí (aproximadamente 90.000 pessoas)?

3. Introdução

Estimar significa opinar a respeito de algo de que não se tem certeza, fazer um cálculo aproximado acerca de uma quantia ou uma grandeza, como por exemplo, estimar a idade do Universo, estimar a quantidade de pessoas em um show de *rock*, o número de manifestantes em um evento, o número de átomos que compõem um corpo, o número de bactérias em uma determinada amostra, etc.

Com o intuito de tornar a aprendizagem mais significativa, Moreira (2008) recomenda o uso dos organizados prévios que:

> [...] são materiais introdutórios apresentados antes do material de aprendizagem em si. Contrariamente a sumários que são de um modo geral, apresentados ao mesmo nível de abstração, generalidade e abrangência, simplesmente destacando certos aspectos do assunto, organizadores são apresentados em um nível mais alto de abstração, generalidade e inclusividade. (MOREIRA, 2008, p. 2)

Nesse sentido, propõe-se a leitura e discussão do texto “O Paradoxo de Fermi: Onde está todo mundo?” (seção 3), que em seu contexto traz diversas estimativas que estão salientadas em negrito, visando preparar a estrutura cognitiva do educando, para ancorar o novo conceito a ser compreendido. Após uma breve discussão sobre o texto, propõem-se algumas questões que levam o estudante a refletir sobre a necessidade em se realizar uma estimativa, bem como, proporciona ao professor coletar dados sobre o conhecimento prévio de seus alunos.

4. Paradoxo de Fermi: Onde está todo mundo?

> Quando você está em algum lugar propício para admirar as estrelas, e se a noite estiver especialmente boa para vê-las, é incrível olhar para cima e se deparar com algo semelhante à imagem a seguir (Figura 2).

Figura 1 – Céu estrelado

Fonte: Extraída da internet[1]

Algumas pessoas ficam impressionadas pela beleza do céu, ou se deslumbram com a vastidão do universo. No meu caso, eu passo por uma leve crise existencial, e depois ajo bem estranhamente por meia hora. Cada um reage de um jeito diferente.

O físico Enrico Fermi também reagia diferente, e se perguntou: "cadê todo mundo?"

Um céu estrelado parece imenso, mas tudo o que estamos vendo é a nossa vizinhança. Nas melhores noites estreladas, nós podemos ver até 2.500 estrelas (mais ou menos um centésimo de milionésimo do total de estrelas em nossa galáxia). Quase todas estão a menos de mil anos-luz de nós (ou 1% do diâmetro da Via Láctea). Então, na verdade estamos olhando para isto (Figura 3):

[1] Disponível em: <http://28oa9i1t08037ue3m1l0i861.wpengine.netdna-cdn.com/wp-content/uploads/2014/05/Stars-fixed.jpg>. Acesso em 25 de nov. 2016.

Figura 2 – Nossa Galáxia: Via Láctea

Fonte: Extraída da internet[2]

Quando somos confrontados com o assunto de estrelas e galáxias, uma questão que atormenta a maior parte dos humanos é: "há vida inteligente lá fora?" Vamos colocar alguns números nessa questão; se você não gosta de números, pode ler só o negrito.

Nossa galáxia tem entre 100 bilhões e 400 bilhões de estrelas; no entanto, este é quase o mesmo número de galáxias no Universo observável. Então, para cada estrela da imensa Via Láctea, há uma galáxia inteira lá fora. No total, **existem entre 10^{22} e 10^{24} estrelas no Universo**. Isso significa que para cada grão de areia na Terra, há 10.000 estrelas no universo.

O mundo da ciência não está em total acordo sobre qual porcentagem dessas estrelas são parecidas com o Sol (similares em tamanho, temperatura e luminosidade). As opiniões tipicamente vão de 5% a 20%. Indo pela mais conservadora (5%) e o número mais baixo na estimativa total de estrelas (10^{22}), **isso nos dá 500 quintilhões, ou 500 bilhões de bilhões de estrelas similares ao Sol.**

Também há um debate sobre qual porcentagem dessas estrelas similares ao Sol poderia ser orbitada por planetas similares a Terra (com condições parecidas de temperatura, que poderiam ter água líquida e que poderia sustentar vida similar à da Terra). Alguns dizem que é até 50%, mas vamos ficar com os conservadores 22% que apareceram em um recente estudo no PNAS (Procedimentos da Academia Nacional de Ciências dos Estados Unidos da América). Isso sugere que há um planeta similar à Terra, potencialmente habitável, orbitando pelo menos 1% do total de estrelas do universo: **um total de 100 bilhões de bilhões de planetas similares à Terra.**

Então existem 100 planetas parecidos com a Terra para cada grão de areia do mundo. Pense nisso na próxima vez que for à praia.

[2] Disponível em: < http://www.universoracionalista.org/wp-content/uploads/2014/07/2a.png>. Acesso em 25 de nov. 2016.

> Daqui para frente, nós não temos outra escolha senão sermos especulativos. Vamos imaginar que, depois de bilhões de anos de existência, 1% dos planetas parecidos com a Terra tenha desenvolvido vida (se isso for verdade, cada grão de areia representaria um planeta com vida). E imagine que em 1% desses planetas avance até o nível da vida inteligente, como aconteceu na Terra. Isso significaria que teríamos 10 quatrilhões, ou **10 milhões de bilhões de civilizações inteligentes no universo observável.**
>
> Voltando para a nossa galáxia e fazendo as mesmas contas usando a estimativa mais baixa de estrelas na Via Láctea, estimamos que existem **1 bilhão de planetas similares à Terra, e 100 mil civilizações inteligentes na nossa galáxia**. (A Equação de Drake traz um método formal para esse processo limitado que estamos fazendo).
>
> A SETI (Busca por Inteligência Extraterrestre, na sigla em inglês) é uma organização dedicada a ouvir sinais de outras vidas inteligentes. Se nós estivermos certos e houver 100 mil ou mais civilizações inteligentes na nossa galáxia, uma fração delas estaria emitindo ondas de rádio, ou raios laser, ou qualquer coisa para realizar contato. Então os satélites da SETI deveriam estar recebendo sinais de todo tipo, certo?
>
> Mas não está. Nunca recebeu.
>
> Cadê todo mundo?

Adaptado do texto “O Paradoxo de Fermi” (The Fermi Paradox by Tim Urban) traduzido por Jéssica Nunes. Disponível em: < http://www.universoracionalista.org/o-paradoxo-de-fermi/ >. Acesso em 25 de nov. 2016.

A seguir, apresentam-se algumas questões para que os estudantes possam refletir sobre o texto:

1) Você considera possível, em uma noite de céu claro (sem nuvens) contar todas as estrelas que há lá no céu? Justifique sua resposta.

2) Como você imagina que o autor do texto chegou à conclusão que há em torno de 10^{22} e 10^{24} estrelas em todo o universo?

3) O que é uma estimativa?

5. Por que fazer estimativas em ciências?

Os cientistas às vezes fazem essas estimativas antes de optar por métodos mais sofisticados para obter respostas específicas.

A capacidade para estimar – para dentro de uma ordem de magnitude ou então – o tamanho ou a probabilidade de diversas quantidades é útil na ciência, bem como em muitos outros empreendimentos, para:

- Fornecer uma verificação aproximada de cálculos mais exatos;
- Fornecer uma verificação áspera dos resultados da investigação ou hipóteses;
- Obter estimativas das quantidades quando outros recursos não estão disponíveis;
- Obter estimativas das quantidades que são difíceis de medir com precisão;

- Obter estimativas de quantidades para as quais não exista uma previsão teórica firme.

E, particularmente importante em ciências interdisciplinares, matéria mole e astrofísica para fornecer limitantes a possíveis alternativas de projetos.

Estimar verifica a razoabilidade dos resultados: às vezes, a complexidade de certos cálculos pode ajudar a esconder grandes erros, se uma estimativa foi feita de modo que ajude a perceber se o resultado preciso é consistente. Também é preferível à estimativa aproximada “antes” porque se for feito depois de saber o resultado de um cálculo preciso poderia enviesar a estimativa.

6. Como fazer estimativas em pesquisas?

Como você estima a resposta a uma pergunta que parece impossível determinar, ou pelo menos sem acesso a uma enciclopédia, acesso à Internet, ou ser onisciente? Por exemplo, quantos grãos de areia estão lá nas praias da terra? Quantos afinadores de piano existem em Chicago? Quantos átomos estão em seu corpo?

Um primeiro passo é seguir as seguintes sugestões:

i) Não entre em pânico quando você vê o problema;

ii) Anote qualquer fato você sabe relacionado à questão;

iii) Descreva uma ou mais procedimentos possíveis para determinar a resposta;

iv) Mantenha o controle de suas suposições;

v) Liste as coisas que você precisa saber para responder à pergunta.

Neste minicurso vamos estudar alguns métodos para a resolução de problemas de estimativas.

7. Resolução dos problemas propostos no pré-teste

Após a aplicação do pré-teste, iniciam-se as atividades com os alunos, e como primeiro passo procede-se a discussão das questões respondidas no pré-teste.

1) Estime a altura do bloco 1 do IFPR Campus Paranavaí.

Figura 3 – Foto do Bloco 01 Administrativo – IFPR Campus Paranavaí

Fonte: O autor.

Nesta questão, pode-se estimar a altura de do Bloco 1 (Figura 4), comparando-a com a altura de um aluno. Observa-se que a altura de uma sala é um pouco menor que o dobro da altura de um aluno, considerando que este possua em torno de 1,60m de altura, pode-se estimar a altura de uma sala em torno de 3m. Como o bloco possui 2 pisos e ainda uma fachada superior que abriga a cobertura, pode-se estimar sua altura total em aproximadamente 8 metros.

Recomenda-se ao professor levar trena e fita métrica para a sala de aula, para discutir o sistema métrico decimal. Pode-se solicitar para que meçam suas alturas, o comprimento de seus palmos e, por fim, a largura de suas carteiras.

2) Como você faria para estimar o número de grãos de feijão que existem em 1kg de feijão?

Neste problema, procura-se identificar se aluno conhece algum método para estimar uma quantidade palpável, a qual se pode retirar uma amostra e comparar com o todo. Uma solução seria retirar uma porção menor, conta-la e comparar com o volume total. Para tanto, recomenda-se levar para a sala de aula um pacote de feijão, contendo 1 kg, e porções menores em embalagens de tamanhos diferentes (Figura 5) para que os alunos possam manipular e fazer comparações.

Fez-se uma estimativa com feijão da variedade carioquinha, na qual se utilizou um copinho descartável de 80ml de capacidade para fazer comparações. Contou-se o número de grãos (n) que havia num copinho cheio, no qual se obteve 200 grãos. Verificou-se (realizando medições) que 1kg de feijão equivale à 17 copinhos cheios, daí, basta multiplicar para obter a estimativa procurada.

$$n = 200\,\frac{grãos}{\cancel{copinho}} \cdot 17\ \cancel{copinhos} \approx 3.400\ grãos$$

Figura 4 – Imagem fotográfica do pacote de feijão (1 kg) utilizado nessa estimativa

Fonte: O autor.

Outro modo é, com o auxílio de uma balança de precisão (Figura 6), medir a massa de certa quantidade de grãos de feijão, e depois comparar com o todo.

Fez-se a medição da massa utilizando feijão da variedade carioquinha, e uma balança com precisão de 10^{-2}g, na qual se obteve que 30 grãos de feijão tem massa de 8,55g. Para facilitar os cálculos, arredonda-se para 9g. Obtêm-se a massa de cada grão de feijão (m), dividindo a massa obtida na pesagem pela quantidade de grãos que foram pesados:

$$m = \frac{9g}{30grãos} = 0,3g/grão$$

Por fim, obtêm-se uma estimativa para o número de grãos de feijão (n) que há em 1kg (1.000g), dividindo a massa total pela massa aproximada de cada grão:

$$n = \frac{1000\cancel{g}}{0,3\cancel{g}/grão} \approx 3.300 \; grãos \; de \; feijão.$$

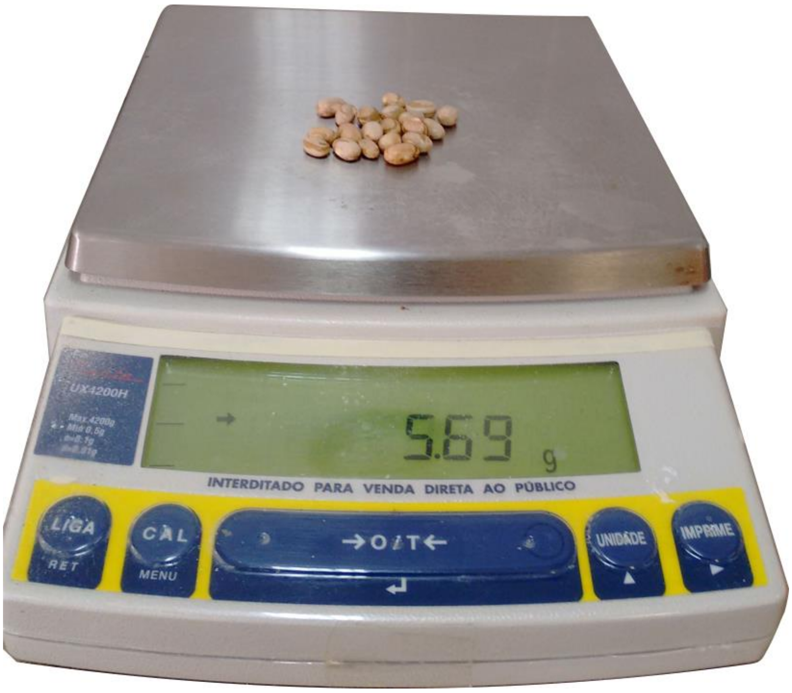

Figura 5 – Imagem fotográfica da balança de precisão aferindo a massa de grãos de feijão

Fonte: O autor.

3) Qual a quantidade de comida (em kg) que uma pessoa que viveu 70 anos consumiu em toda a sua vida?

Neste problema, primeiramente pode-se estimar quanto uma pessoa come por dia, incluindo café da manhã, almoço, jantar e eventualmente, lanches e frutas. Multiplica-se o valor obtido pelo número de dias que se viveu em 70 anos, e ainda, pode-se levar em conta que uma pessoa se alimenta com uma quantidade menor de alimento enquanto criança. Quanto maior for o número de hipóteses a se considerar, melhor será a estimativa.

Uma resposta simples pode ser obtida considerando que, ao longo da vida, uma pessoa comeu em média 1,5kg de comida por dia e, considerando um ano com 365 dias, tem-se que essa pessoa viveu em dias:

$$70\ \cancel{anos}\ \cdot \frac{365\ dias}{1\ \cancel{ano}} = 25.550\ dias.$$

Multiplica-se o resultado obtido pela quantidade diária de alimento que foi estimado e obtêm-se

$$25.550\ \cancel{dias}\ \cdot \frac{1{,}5kg}{\cancel{dia}} = 38.325\ kg \approx 38\ toneladas.$$

4) Quantos pneus usados (apenas de carros), são descartados por ano em Paranavaí?

Pode-se supor que em Paranavaí exista um carro para cada 4 pessoas. Com aproximadamente 90.000 habitantes, tem-se:

$$90.000\ \cancel{habitantes} \cdot \frac{1\ carro}{4\ \cancel{habitantes}} = 22.500\ carros.$$

Considerando-se que cada carro possui 4 pneus, faz-se necessário estimar o desgaste desses pneus. Supondo-se uma troca a cada 4 anos, seriam descartados

$$22.500\ \cancel{carros} \cdot \frac{4\ pneus}{\cancel{carro}} . \frac{1}{4\ ano} = 22.500\ pneus/ano.$$

Recomenda-se ao professor orientar os alunos à realizar uma pesquisa quanto à durabilidade dos pneus de um carro. Após a resolução desse problema, pode-se aproveitar os dados obtidos, para discutir o fim que se dá aos pneus velhos do município em que se vive, e as possibilidades de reciclagem dos mesmos.

5) Em uma epidemia de gripe A, quanto tempo levariam dez profissionais da saúde para vacinar toda a população de Paranavaí (aproximadamente 90.000 pessoas)?

Primeiramente precisamos estabelecer algumas hipóteses: Suponhamos que cada profissional trabalhe 5 dias por semana durante 8 horas por dia e que cada habitante do município seja vacinado em 3 minutos. Assim temos que cada profissional deverá vacinar

$$\frac{90.000\ habitantes}{10\ profissionais} = 9.000\ habitantes/profissional\ da\ saúde.$$

Supondo-se que se gaste em média 3 minutos para vacinar cada habitante, tem-se que cada profissional gastará

$$9.000\ \cancel{habitantes} \cdot \frac{3\ min}{1\ \cancel{habitante}} = 27.000\ minutos.$$

Considerando que se trabalhe 8 horas por dia, cada profissional trabalhará

$$27.000\ \cancel{min} \cdot \frac{1h}{60\ \cancel{min}} = 450\cancel{h} . \frac{1\ dia\ útil}{8\cancel{h}} \approx 56\ dias\ úteis.$$

O que nos dará aproximadamente 2 meses e meio de trabalho.

8. Desenvolvimento do minicurso

Após a resolução do pré-teste, propõe-se a resolução de cada problema, um por vez, solicitando aos estudantes que os resolvam com o conhecimento que tem, e após alguns minutos, questiona-se os estudantes sobre as hipóteses utilizadas na resolução e por fim interfere-se questionando e atribuindo parâmetros quando necessário, para que façam uma boa estimativa.

1) Estime a altura desta sala de aula.

Uma das formas de se estimar a medida de algo que não conhecemos é comparar com uma medida conhecida. A altura de uma parede pode ser estimada comparando-se com a própria altura do aluno. Poder-se-ia então estimar a altura da sala em torno de 3m.

2) Estime o volume do ar contido na sala em que você está.

Aplica-se o mesmo procedimento que no problema anterior, porém agora precisa estimar o comprimento e a largura da sala, o que pode ser feito comparando com as medidas das carteiras que estão dispostas de maneira organizada, ou com as dimensões dos pisos cerâmicos. Espera-se obter algo em torno de $9m \times 6m \times 3m = 162m^3$. Porém na sala há carteiras, cadeiras, mesa do professor, material escolar, alunos, professor, etc. ocupando parte do volume desta sala. Poder-se-ia fazer uma estimativa deste volume, embora seja algo bem mais complexo. Suponhamos 30 alunos, cada um com massa 50kg, totalizando 1.500kg. Considerando sua densidade próxima à densidade da água, poder-se-ia estimar em torno de:

$$1.500\cancel{kg} \cdot \frac{1\cancel{l}}{1\cancel{kg}} \cdot \frac{1m^3}{1.000\cancel{l}} = 1{,}5m^3,$$

o que é insignificante se comparado ao volume da sala. Considerando que os demais objetos ocupem $0{,}5m^3$, uma boa estimativa seria de que nesta sala há em torno de:

$$162m^3 - (1{,}5 + 0{,}5)m^3 = 160\mathrm{m}^3 de\ ar.$$

3) Estime a massa do ar contida na sala em que você está (Sugestão: consulte a massa atômica dos gases que compõe o ar na tabela periódica).

De posse da resposta do problema anterior e considerando-se que $1m^3$ corresponde a 1.000 litros, tem-se que nesta sala há

$$160\cancel{m^3} \cdot \frac{1.000l}{1\cancel{m^3}} = 160.000 \text{ litros de ar.}$$

Considerando que o ar é composto basicamente de nitrogênio (78%) e oxigênio (21%) aproximadamente, com massas molares próximas de 15g e que 1 mol de qualquer gás ocupa 22,4 litros nas CNTPs (0°C e 1atm), temos que a massa (m) do ar contido na sala pode ser obtido por:

$$m = 160.000\cancel{l} \cdot \frac{15g}{22{,}4\cancel{l}} = 107.143g \approx 100Kg$$

4) Estime os seguintes cálculos:

a) $347{,}32 \times 4{,}1025$

Estimativas em cálculo numérico podem ser realizadas aproximando os números envolvidos para a dezena, centena, milhar, etc. mais próxima. Neste caso pode-se aproximar para 350×4, cálculo que se pode fazer mentalmente, obtendo 1400. Comparando com o resultado do produto procurado, 1.424,47005, não é tão distante do mesmo.

b) $983.657 \div 934$

Com raciocínio análogo, pode-se estimar o quociente acima fazendo $1.000.000 \div 1.000 = 1.000$. Comparando com o resultado do quociente, aproximadamente 1.053,17, observa-se um erro próximo de 5%. Em muitos casos o erro é bem maior, porém geralmente não supera uma ordem de grandeza.

5) Quantos anos uma pessoa que viveu 70 anos passou dormindo e quanto tempo passou comendo?

i) Supondo que uma pessoa durma em média 8 horas por dia, isso equivale a 1/3 do dia, e durante toda a sua vida, $70 \div 3 \cong 23$ anos.

ii) Primeiramente se faz necessário estimar quanto tempo por dia se passa comendo, suponhamos uma hora. Como o dia possui 24 horas, passa-se $1/24$ do tempo alimentando-se. Uma pessoas que viveu 70 anos passou $\frac{70}{24} \cong 2{,}91 \cong 3$ anos comendo.

6) Se você ganhasse um milhão de reais em notas de R$100,00, daria para carregar todo o dinheiro em uma mala? Qual o tamanho do depósito necessário para guardar um bilhão de reais em notas de R$100,00?

i) Começamos por calcular quantas notas há em R$ 1.000.000,00:

$$\frac{R\$\ 1.000.000{,}00}{R\$\ 100{,}00} = 10.000\ notas.$$

Pode-se estimar a espessura de uma nota dobrando-a diversas vezes, medindo-se uma pilha com diversas notas e dividindo-se a medida obtida pelo número de notas. Daí, supondo uma pilha com todo esse dinheiro, pode-se calcular o volume total dessas notas.

Dobrou-se 4 notas por duas vezes, obtendo uma pilha com 16 notas e 2mm de espessura. Assim sendo, cada nota possui $0{,}125mm$ de espessura. Logo, uma pilha com 10.000 notas possui:

$$10.000\cancel{notas} \cdot 0{,}125\frac{mm}{\cancel{nota}} = 1.250mm.\frac{1cm}{10mm} = 125cm$$

Considerando que uma nota de R$ 100,00 meça 15,5cm X 7cm, o volume dessa quantia de dinheiro pode ser estimada por:

$$V = 15{,}5cm \times 7cm \times 125cm \approx 13.500\ cm^3$$

Uma pasta executiva possui em torno de 40cm de comprimento (c) e 30 cm de largura (l). Para carregar todo esse dinheiro deverá ter altura igual a

$$V(volume) = c \cdot l \cdot a \Rightarrow a = \frac{V}{c \cdot l} = \frac{13.500}{40 \cdot 30} \Rightarrow a \approx 12cm,$$

ou seja, é possível carregar em uma mala.

ii) A segunda parte do problema pode ser respondida multiplicando-se o volume estimado por 1.000.000, assim temos que R$ 1.000.000.000,00 equivale a um volume de:

$$V = 13.500 \times 1.000.000 = 13.500.000.000\ cm^3$$

$$V = 13.500.000.000\cancel{cm^3}\frac{1m^3}{1.000.000\cancel{cm^3}}$$

$$V = 13.500m^3$$

Vamos supor um depósito que tenha 4m de altura, então $13.500 \div 4 \cong 3.375$, extraindo a raiz quadrada, obtemos $\sqrt{3.375} \cong 58$, ou seja, teríamos que ter um depósito com 57m de comprimento, 57m de largura e 4m de altura.

Obs.: Um caminhão baú porte médio mede aproximadamente: 6m de comprimento, 2,2m de largura e 2,2m de altura, que nos dá um volume aproximado de 29m^3. Assim, um bilhão de reais equivalem a

$$\frac{13.500\cancel{m^3}}{29\cancel{m^3}/caminhão} = 465 \text{ caminhões.}$$

7) Estime a quantidade de moedas de R$ 1,00 que se pode armazenar em uma caixa cúbica com $1m$ de aresta.

Uma moeda de R$ 1,00 possui aproximadamente 2mm de espessura e 3cm de diâmetro. Dividindo o comprimento da caixa pelo diâmetro das moedas, obtemos que na base dessa caixa cabem 33 fileiras com 33 moedas cada. Supondo que as moedas sejam organizadas em pilhas, cada pilha terá:

$$1m = 100cm = 1000mm \cdot \frac{1\,moeda}{2mm} = 500\,moedas.$$

Daí, multiplicando-se 33 fileiras com 33 pilhas de 500 moedas obtêm-se:

$$33 \times 33 \times 500\,moedas = 544.500\,moedas$$

8) Estime sua velocidade média de sua casa até o IFPR. Especifique se o trajeto foi feito a pé, de carro ou de transporte coletivo.

Esse tipo de estimativa é bastante simples e consiste apenas em estimar o tempo gasto no percurso e a distância, se não forem conhecidos. Aplicando a definição de velocidade média, temos:

$$V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Supondo-se um aluno que more no centro de Paranavaí, desloca-se 500m a pé, de sua casa até o ponto de ônibus em minutos, fique esperando 6 minutos no ponto de ônibus e leve mais 15 minutos para percorrer de ônibus uma distância de 4 km. Então sua velocidade média pode ser obtida fazendo

$$V_m = \frac{500m + 4km}{5min + 6min + 15min} = \frac{500m \cdot \frac{1km}{1.000m} + 4km}{26min \cdot \frac{1h}{60min}} = \frac{4{,}5km}{\frac{26}{60}h} = 4{,}5km \cdot \frac{60}{26}h \approx 10km/h.$$

9) Considerando que os grãos de areia tem seus diâmetro variando entre 0,25mm e 0,5mm, estime quantos grãos de areia podem conter em um copo descartável (200 ml).

Considerando-se como unidade de medida de volume um cubo com $1mm$ de aresta, tem-se que em $1mm$ cabem 4 grãos de areia de 0,25mm de diâmetro, ou ainda, cabem 2 grãos de areia com 0,5mm. Por simplicidade, considera-se que em $1mm$ de comprimento, tenha-se 3 grãos de areia. Daí, $1mm^3$ possui

$$3^3 = 27\ grãos\ de\ areia.$$

Como 200 ml equivale a 200cm^3, e $1cm^3 = 10^3 mm^3$, nesse copo descartável pode conter

$$200\cancel{cm^3} \cdot \frac{10^3 \cancel{mm^3}}{\cancel{cm^3}} \cdot \frac{27 grãos\ de\ areia}{\cancel{mm^3}} = 5.400 \cdot 10^3 = 5{,}4 \cdot 10^6 grãos\ de\ areia,$$

portanto, é da ordem de grandeza de 10^7 grãos de areia, pois $5{,}4 > \sqrt{10}$.

10) Estime quantos fios de cabelo existem em sua cabeça.

Pode-se estimar o número de fios de cabelo fazendo uma aproximação da a área do couro cabeludo, modelando como uma calota esférica e contando o número de fios de cabelo existente em uma unidade de área. Para obter o raio de sua cabeça, pode-se utilizar um barbante e uma régua, medindo-se o comprimento da circunferência (C), obtêm-se o diâmetro. Supondo $C = 51cm$, obtêm-se:

$$r = \frac{C}{2\pi} = \frac{51}{2\pi} \approx \frac{51}{2 \cdot 3{,}14} \approx 8cm = 80mm$$

Considerando que em $1mm^2$ há 2 fios de cabelo, então o número de fios de cabelo (n) pode ser estimado por

$$n = \frac{4\pi r^2}{2} \times (número\ de\ fios/mm^2) = \frac{4 \cdot 3{,}14.(80mm)^2}{2} \cdot 2fios/mm^2$$

$$n \approx 6{,}28 \cdot 6400\cancel{mm^2}.\frac{2fios}{\cancel{mm^2}} \approx 80.324 \approx 8 \cdot 10^4 fios\ de\ cabelo,$$

ou seja, é da ordem de grandeza de 10^5 fios de cabelo, pois $8 > \sqrt{10}$.

11) Estime a ordem de grandeza do comprimento (hipotético), em quilômetros, que teria uma fila retilínea composta por um mol de bolinhas de gude. Lembre-se de que um mol equivale a $6{,}02 \times 10^{23}$.

Suponhamos uma bolinha de gude com um diâmetro de 2cm., teremos:

$$c = 2cm \times 6{,}02 \times 10^{23} = 12{,}02 \times 10^{23}\cancel{cm} \cdot \frac{1m}{100\cancel{cm}}$$

$$c \approx 12 \times 10^{21} m \approx 12 \times 10^{21}\cancel{m} \times \frac{1km}{1.000\cancel{m}} \approx 12 \times 10^{18} km = 1{,}2 \times 10^{19} km,$$

sendo a ordem de grandeza de $10^{19}km$, pois $1{,}2 < \sqrt{10}$.

Comparando: - Distância da Terra à Lua – $370.300\ km \sim 3{,}7 \times 10^5 km$

- Distância da Terra ao Sol – $149.600.000\ km \sim 1{,}5 \times 10^8 km$

- Diâmetro de nossa galáxia $\sim 10^{18} km$

Pode-se afirmar que, uma fileira com 1 mol de bolinhas de gude é 10 vezes maior que o diâmetro de nossa galáxia.

12) Estime a economia de energia elétrica mensal resultante da troca de uma lâmpada fluorescente por uma de *LED*, de mesma intensidade luminosa (*lumens*), em todas as residências do Brasil.

Considerando que a população do Brasil em 2016 é de, aproximadamente, 200 milhões de habitantes, e 3 moradores por habitação, pode-se estimar que no país há cerca de 66 milhões de residências. As lâmpadas de *LED* consomem aproximadamente metade da energia de uma lâmpada fluorescente de mesma intensidade luminosa, portanto uma lâmpada de *LED* de 9W poderia substituir uma fluorescente de 18W. Supondo que se troque uma lâmpada de um cômodo que mais se utilize (sala ou cozinha), e que se mantenha essa lâmpada acesa 4 horas por dia, podemos obter a economia de energia como segue:

$$E = [9\cancel{W} \cdot 4\ h\ \cdot 30] \cdot 66.000.000 \cdot \frac{1kW}{1000\cancel{W}} = 71.280.000\ kWh = 71{,}28\ GWh$$

Considerando que essas lâmpadas fiquem ligadas todas ao mesmo tempo, teríamos uma potência de $P = 9\cancel{W} \cdot 66.000 \cdot \frac{1kW}{1000\cancel{W}} = 594.000\ kW \cong 594\ MW,$ 54% maior que a potência máxima da Usina termoelétrica Luiz Carlos Prestes, em Três Lagoas - MS, que tem potência instalada de 386 MW.

13) Estime a quantidade de átomos que seu corpo possui.

Considerando que 70% do corpo humano é formado por água, para nossa estimativa, vamos assumir que quantidade de átomos que o corpo humano possui é da mesma ordem de grandeza que a mesma massa de água.

De posse da tabela periódica, pode-se obter a massa molar da água somando-se a massa molar do Oxigênio (16g/mol) com a massa molar do Hidrogênio (1g/mol), então 1 mol de $\mathrm{H_2O}$ possui

$$16g\ + 2 \cdot 1g = 18g.$$

Supondo um estudante de massa 60 Kg, sua massa em gramas é

$$60\cancel{Kg} \cdot \frac{1.000g}{1\cancel{Kg}} = 60.000g.$$

Considerando-se que uma molécula de água possui 3 átomos, então seu corpo possui

$$60.000\cancel{g} \cdot \frac{1mol}{18\cancel{g}}.3\ \acute{a}tomos \approx 10.000\ mols\ de\ \acute{a}tomos.$$

Como 1mol equivale a $6{,}02 \cdot 10^{23}$, resulta em:

$10.000\ \acute{a}tomos \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} \approx 60.200 \cdot 10^{27} \acute{a}tomos \approx 6.10^{27} \acute{a}tomos,$

tem-se portanto que a ordem de grandeza é de 10^{28} átomos, pois $6 > \sqrt{10}$.

9. Aplicação do Pós-Teste:

Será aplicado ao término das atividades, para verificar como foi o aprendizado dos alunos, e comparado com o pré-teste.

Nos problemas abaixo, dê a resposta e explique como obteve em cada caso:

1) Estime a altura de um prédio de 10 andares.

2) Como você faria para estimar quantos grãos de arroz pode conter um copo descartável (200 ml).

3) Estime o número de batidas que o coração de uma pessoa dá durante toda a vida.

4) Quantos litros de água potável são consumidos por mês em Paranavaí? (Considere a população de Paranavaí aproximadamente 90.000 habitantes)

5) Quanto tempo um candidato a prefeito de Paranavaí levaria para visitar todas as residências urbanas do município?

10. Resolução dos problemas propostos no pós-teste

1) Estime a altura de um prédio de 10 andares.

Assim como na questão 1 do pré-teste, pode-se estimar a altura de um prédio comparando-se a altura de cada andar com a altura de um aluno, ou com a altura da residência que ele habita. Espera-se uma estimativa de 3m por andar, totalizando 30 m.

2) Como você faria para estimar quantos grãos de arroz pode conter um copo descartável (200 ml) (Figura 7).

Figura 6 – Fotografia do copo com arroz (200 ml)

Fonte: O autor

Para essa questão, espera-se que o aluno responda de modo análogo à questão 2 do pré-teste, sugerindo estimar utilizando a comparação com volumes menores ou uma balança de precisão.

Fez-se a medição da massa utilizando arroz da variedade agulhinha, e uma balança com precisão de 10^{-2}g, na qual se obteve que 50 grãos de arroz tem massa de 0,82g. Para facilitar os cálculos, arredonda-se para 0,8g. Daí, se obtêm a massa de cada grão de arroz (m), dividindo-se a massa obtida na pesagem pela quantidade de grãos que foram pesados:

$$m = \frac{0{,}8g}{50grãos} = 0{,}016g/grão$$

Por fim, obtêm-se uma estimativa para o número de grãos de arroz (n) que há em 200ml (150g), dividindo a massa total pela massa aproximada de cada grão:

$$n = \frac{150\cancel{g}}{0{,}016\cancel{g}/grão} \approx 9.375 \text{ grãos de arroz} \approx 10^4 \text{grãos de arroz.}$$

3) Estime a número de batidas que o coração de uma pessoa dá durante toda a vida.

Considerando que o número de batimentos cardíacos por minuto varia de acordo com a idade, atividade física e condicionamento físico, assume-se uma média de 80 batimentos por minuto e estimando-se que se viva 70 anos, uma estimativa para este problema seria:

$$70\ anos \times 365\ dias \times 24\ h \times 60\ min \times 80\ batimentos/min$$
$$= 2.943.360.000\ batimentos \cong 3 \times 10^9\ batimentos$$

4) Quantos litros de água potável são consumidos por mês em Paranavaí? (Considere a população de Paranavaí aproximadamente 90.000 habitantes)

Supondo-se que cada família tenha um consumo médio de 10.000 litros de água por mês. Considerando-se uma família com 4 pessoas, pode-se estimar:

$$10.000\ litros\ \times \frac{90.000}{4} = 225.000.000\ litros = 225.000\ m^3$$

5) Quanto tempo um candidato a prefeito de Paranavaí levaria para visitar todas as residências urbanas do município?

Supondo-se que o candidato gaste 10 minutos para apresentar suas propostas, teríamos 6 visitas por hora, trabalhando 8 horas por dia, resultaria em 48 visitas diárias. Considerando a população de Paranavaí em torno de 90000 habitantes, e supondo-se que cada residência possua em torno de 4 pessoas, teríamos 22.500 residências. Assim, o candidato referido levaria $22.500 \div 48 \cong 469$ dias para visitar todas as residências do município.

11. Considerações Finais

Recomenda-se ao professor explicar aos alunos que para fazer estimativas é necessário tecer hipóteses e assumir certas condições antes de realizar os cálculos. Sugere-se que revise unidades de medida de comprimento e área, e suas conversões, conceitos importantes para obter um resultado consistente, que são utilizados com frequência quando se trata de estimativas. O professor pode ainda dialogar com a sala sobre estimativas realizadas no cotidiano, procurando motivá-los, justificando a importância desse conteúdo.

Sugere-se mostrar aos alunos que nem sempre as maiores dificuldades estão nos cálculos envolvidos em uma estimativa, podem se concentrar na dedução de um dado ou quantia quando não é fornecido ou conhecido pelo educando. Deduzir requer boa noção ou percepção do mundo que nos rodeia, nota-se que alguns alunos a possui em maior ou menor medida, daí a necessidade de se trabalhar em grupo, discutir e ponderar a validade das hipóteses de cada estudante, até se chegar a um consenso.

Ao se trabalhar com estimativas, propõe-se que o professor deve assumir o papel de mediador, fornecendo algumas informações ou dando dicas de como pensar no problema, estimulando o aluno a desenvolver suas habilidades e conceitos.

12. Referências

BATISTA, E. & MOZOLEVSKI, I. Métodos de Física-Matemática. Santa Catarina: Universidade Federal de Santa Catarina – Consórcio ReDiSul, 2010. Disponível em: <http://mtm.ufsc.br/~ebatista/Eliezer_Batista_arquivos/Metodos_de_Fisica-Matematica_-_28-jul-2010.pdf>. Acesso em: 22 de mar. 2016.

FERRARO, G. T.; SOARES, A. P. T.; TORRES, C. M. Física ciência e tecnologia. São Paulo: Ática, 2010. Vol. 1.

GIONGO, I. M.; QUARTIERI, M. T.; REHFELDT, M. J.H. Problematizando o uso da estimativa em aulas de Matemática da Escola Básica**.** *Anais do XI encontro de Educação Matemática*. Curitiba, 2013. Disponível em <http://sbem.esquiro.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1099_200_ID.pdf>. Acesso em: 27 de mar. 2015.

HALLIDAY, D.; RESNICK R.; WALKER, J. Fundamentals of Phisics, vol.1, 7^{th} edition, Wiley, 2008.

NUSSENZVEIG H. M. **Curso de Física Básica 1**: Mecânica, 4ª edição, Editora Edgard Blücher, 2002.

MOREIRA, M. A.; CABALLERO, M.C.; RODRÍGUEZ, M.L. (orgs.) (1997). **Aprendizagem Significativa:** Um conceito subjacente. *Actas del Encuentro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo*. Burgos, España. pp. 19-44. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigsubport.pdf>. Acesso em: 05 de out. 2016.

MOREIRA, M. A. Teorias de Aprendizagem. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária Ltda., 1999.

MOREIRA, M. A. & MASINI, E. F. S. **Aprendizagem Significativa:** A teoria de David Ausubel. São Paulo: Centauro, 2001.

MOREIRA, M. A. Organizadores prévios e Aprendizagem Significativa. *Revista Chilena de Educación Científica*, Vol. 7, Nº. 2, 2008, p. 23-30. Disponível em: < https://www.if.ufrgs.br/~moreira/ORGANIZADORESport.pdf>. Acesso em: 15 de nov. 2016.

SMOOTHEY, M. Atividades e jogos com estimativas. Tradução: Sérgio Quadros. Revisão técnica: Ubiratam D'Ambrósio. São Paulo: Scipione, 1998.

SRIRAMAN, B., & KNOTT, L. The Mathematics of Estimation: Possibilities for Interdisciplinary Pedagogy and Social Consciousness. *Interchange: A Quarterly Review of Education*, Vol. 40, nº 2, 2009, p. 205-223. Disponível em <http://www.math.umt.edu/sriraman/Interchange_Sriraman_2009_2.pdf>. Acesso em 22 de jul. 2016

YAMAMOTO, K. & FUKE, L. F. Física para o Ensino Médio vol. 1. São Paulo: Saraiva, 2013.

ZABALA, A. **A prática educativa:** como ensinar. Tradução: Ernani F. Da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.